



**Ministerio de Ciencia y Tecnología  
República Federativa de Brasil**

**Nota Técnica**

**NOTA SOBRE LA RELACION DE DEPENDENCIA TEMPORAL ENTRE  
LAS EMISIONES DE GASES DE EFECTO INVERNADERO Y EL CAMBIO  
CLIMATICO**

**Luiz Gylvan Meira Filho**  
*Presidente de la  
Agencia Espacial Brasileña*

**José Domingos Gonzalez Miguez**  
*Secretario Ejecutivo de la  
Comisión Interministerial de Cambio Global del Clima*

***Enero de 2000***

## 1. Introducción

La relación entre las emisiones antrópicas líquidas de gases de efecto invernadero (emisiones<sup>1</sup>) y el cambio resultante en el clima se muestra relevante por varias razones.

Los tratados internacionales que se ocupan de la mitigación del cambio climático permiten a los países alcanzar sus objetivos de limitación y reducción cuantificadas de emisiones por medio de medidas de limitación de la emisión de diferentes gases de efecto invernadero. Por lo tanto, se hace necesario tener una medida que permita la adición de las emisiones de diferentes gases de efecto invernadero.

La evaluación de la responsabilidad relativa de los diversos países requiere la estimativa del cambio climático resultante de las emisiones de diferentes fuentes en el transcurso de diferentes períodos de tiempo.

Los formuladores de políticas del gobierno y del sector privado se enfrentan con la elección entre estrategias alternativas que resulten en el *mix* de emisiones de gases de efecto invernadero a lo largo del tiempo. La elección requiere una herramienta que estime el resultado de cada opción en términos del clima futuro.

Esta nota aborda el problema del establecimiento de la relación de dependencia temporal entre las emisiones y el cambio climático, expresando de la forma más simple posible la compleja dependencia del aumento de la temperatura media de la superficie global (aumento de la temperatura<sup>2</sup>) en relación a las emisiones.

Se adopta que el aumento de temperatura  $\Delta T$  en el tiempo  $t$ , como una función de las emisiones pasadas  $\varepsilon(t')$  y de todas las otras variables  $\vec{x}$ , es invariable con relación a la operación de adición, o sea:

$$\Delta T (\varepsilon_1(t') + \varepsilon_2(t'), \vec{x}, t) = \Delta T (\varepsilon_1(t'), \vec{x}, t) + \Delta T (\varepsilon_2(t'), \vec{x}, t) \quad (1)$$

La aceptación del concepto de emisiones equivalentes de dióxido de carbono implica la aprobación de esa suposición. Por consiguiente, y particularmente, las emisiones de diferentes fuentes pueden ser sumadas para el mismo gas, ya que esto es aceptado para gases diferentes. La principal cuestión es como lidiar con la dependencia en el tiempo del efecto de las emisiones, por ser diferente para los diversos gases de efecto invernadero. En esta nota se enfoca de forma explícita la dependencia en el tiempo de la relación entre las emisiones y el cambio climático.

---

<sup>1</sup> En esta nota, se utiliza la expresión *concentración adicional*, para ser concisos, teniendo como significado la concentración atmosférica adicional de gases de efecto invernadero debida a las emisiones antrópicas líquidas de dichos gases.

<sup>2</sup> En esta nota, también se utiliza la expresión *aumento de temperatura*, para ser concisos, teniendo como significado el aumento de la temperatura media de la superficie global resultante de las emisiones antrópicas líquidas de gases de efecto invernadero.

El uso del aumento de la temperatura como medida del cambio climático no es el único. El aumento del nivel medio del mar y la tasa de variación en el tiempo de la temperatura también son indicadores globales del cambio climático. La tasa de cambio del aumento de la temperatura y la extensión de la formulación al aumento del nivel medio del mar también resultan consideradas en esta nota.

El Potencial de Calentamiento Global (GWP) propuesto por el Grupo Intergubernamental de Expertos sobre el Cambio Climático (IPCC) es un factor de ponderación para sumar impulsos de emisión de los diferentes gases de efecto invernadero de forma que produzcan resultados equivalentes en términos del aumento de la temperatura después de un período de tiempo específico. En esta nota se muestra que el GWP del IPCC es un caso especial de potencial de calentamiento global generalizado.

La propuesta presentada por el Gobierno de Brasil para el Protocolo de Kyoto incluía, con fines ilustrativos, un modelo para “formuladores de políticas” relacionando las emisiones con el aumento de la temperatura. En la nota se muestra que el modelo para “formuladores de políticas” también resulta un caso especial de la formulación general.

## **2. Relación entre emisiones, concentración adicional, forzamiento radiactivo medio y aumento de la temperatura**

Los factores significativos que afectan a la dependencia temporal de la relación entre las emisiones y el aumento de la temperatura son la decrecencia de la concentración atmosférica adicional de gases de efecto invernadero (concentración adicional<sup>3</sup>) y el ajuste transitorio del aumento de la temperatura a una concentración alterada de gases de efecto invernadero.

Para la mayoría de los gases de efecto invernadero, a la dependencia con relación al tiempo de la concentración adicional le sigue una decrecencia exponencial simple.

En el caso del dióxido de carbono, la decrecencia compleja de la concentración adicional con el tiempo resulta en un cálculo resultante de la suma de las funciones que disminuyen exponencialmente, *uno* para cada fracción de las concentraciones adicionales.

Para una concentración adicional constante de un gas de efecto invernadero, existe una relación lineal entre esta concentración adicional y el aumento de la temperatura en el equilibrio de largo plazo. A pesar de todo, a fin de considerar la dependencia con relación al tiempo es necesario considerar el ajuste transitorio del aumento de la temperatura a la concentración adicional. Dicho ajuste también resulta efectuado por una suma de leyes exponenciales, con fracciones correspondientes a diferentes constantes de tiempo.

---

<sup>3</sup> En esta nota, la expresión concentración adicional se refiere, a efectos de concisión, a la concentración atmosférica adicional de gases de efecto invernadero debida a las emisiones antrópicas líquidas de dichos gases.

Todos los demás factores que determinan la relación entre las emisiones y el aumento de la temperatura no son ignorados, y sí englobados en las constantes.

Las no linealidades, como, por ejemplo, la dependencia no lineal de la sección transversal de absorción en la franja del infrarrojo del dióxido de carbono con relación a la concentración atmosférica, resultan ignoradas y no deben afectar a las conclusiones relativas obtenidas con la formulación simplificada, en cuanto a la importancia relativa de los diferentes gases o a la contribución relativa de las diferentes fuentes.

Un impulso de emisión de un gas de efecto invernadero no resulta en un aumento instantáneo de la misma magnitud, debido a la remoción de una fracción del gas emitido en una escala de tiempo más corta que la escala anual utilizada. Este hecho se toma en cuenta estipulando un factor que se aplica a las emisiones al computar la concentración adicional resultante.

La relación de dependencia temporal entre las emisiones y la concentración adicional de un gas de efecto invernadero  $g$  se da, en su forma más simple, por:

$$\Delta\rho_g(t) = \beta_g \int_{-\infty}^t \varepsilon_g(t') \left[ \sum_{r=1}^R f_{gr} e^{-(t-t')/\tau_{gr}} \right] dt' \quad (2)$$

donde:

$\Delta\rho_g(t)$  es la concentración adicional del gas de efecto invernadero  $g$  resultante de las emisiones en épocas anteriores;

$\beta_g$  es el aumento de la concentración del gas de efecto invernadero  $g$  por unidad de emisión anual de ese gas;

$\varepsilon_g(t)$  es la emisión anual del gas de efecto invernadero en el tiempo  $t$ ;

$R$  es el número total de fracciones de la concentración adicional;

$\tau_{gr}$  es la constante de tiempo de la decrecencia exponencial de la  $r$ -ésima fracción  $f_{gr}$  de la concentración adicional del gas de efecto invernadero  $g$ .

$f_{gr}$  es la  $r$ -ésima fracción de la concentración adicional del gas de efecto invernadero  $g$ , disminuyendo exponencialmente con una constante de tiempo  $\tau_{gr}$ .

Se impone la restricción de que:

$$\sum_{r=1}^R f_{gr} = 1 \quad (3)$$

Para el dióxido de carbono, la decrecencia es realizada por 5 funciones exponenciales ( $R=5$ ); para todos los demás gases de efecto invernadero, se adopta una decrecencia exponencial simple ( $R = 1$  e  $f_{g1} = 1$ ).

Una constante efectiva del tiempo de la decrecencia  $\bar{\tau}_g$  es definida como la media ponderada de las constantes de tiempo de la decrecencia:

$$\bar{\tau}_g = \sum_{r=1}^R f_{gr} \tau_{gr} \quad (4)$$

La representación de la decrecencia por una suma de las funciones exponenciales es apenas una aproximación empírica a los datos de observación. Por lo tanto, no existe sentido en una única decrecencia exponencial con la constante efectiva de la decrecencia del tiempo  $\bar{\tau}_g$ . Mientras tanto, esa definición resulta útil como constante en algunas de las expresiones.

Para los gases de efecto invernadero con decrecencia exponencial de la concentración adicional, el hecho de que las emisiones sean especificadas como valores anuales, implica un valor de  $\beta$  diferente de uno; de hecho, si las emisiones son constantes en un período de longitud  $\Delta T$ , la concentración adicional al final del período es:

$$\begin{aligned} \Delta\rho_g &= \varepsilon_g \int_0^{\Delta T} e^{-t/\tau_g} dt \\ &= \varepsilon_g \tau_g \left(1 - e^{-\Delta T/\tau_g}\right) \end{aligned} \quad (5)$$

o, para el período de un año y constante de tiempo  $\tau_g$  expresada en años,

$$\beta_g = \tau_g \left(1 - e^{-1/\tau_g}\right) \quad (6)$$

La relación entre la concentración adicional del gas de efecto invernadero  $g$  y el aumento resultante en el forzamiento radiactivo medio se da por:

$$\Delta\bar{Q}_g(t) = \bar{\sigma}_g \Delta\rho_g(t) \quad (7)$$

donde:

$\Delta\bar{Q}_g(t)$  es la tasa media de deposición de energía sobre la superficie de la tierra, o forzamiento radiactivo medio, por unidad de concentración adicional del gas de efecto invernadero  $g$ ;

$\bar{\sigma}_g$  es el variación en el forzamiento radiactivo medio por unidad de concentración adicional del gas de efecto invernadero  $g$ .

La relación de dependencia temporal entre el forzamiento radiactivo medio y el resultante aumento de la temperatura puede ser efectuada considerando los resultados de los modelos climáticos completos y ajustando las funciones exponenciales a sus

resultados. Dichos resultados indican que la respuesta del aumento de la temperatura a una duplicación instantánea de la concentración de dióxido de carbono y, por lo tanto, del forzamiento radiactivo medio puede ser efectuada por una función del tipo:

$$\Delta T_g(t) = \text{constante} \left[ 1 - \sum_{s=1}^S l_s e^{-t/\tau_{cs}} \right] \quad (8)$$

Por consiguiente, la función de respuesta a un impulso de concentración adicional y su derivada en el tiempo:

$$\Delta T_g(t) = \text{constante} \left[ \sum_{s=1}^S \frac{l_s}{\tau_{cs}} e^{-t/\tau_{cs}} \right] \quad (9)$$

La relación de dependencia en el tiempo entre el forzamiento radiactivo medio y el resultante aumento de temperatura se da, por lo tanto, por:

$$\Delta T_g(t) = (1/C) \int_{-\infty}^t \Delta \bar{Q}_g(t') \left[ \sum_{s=1}^S l_s (1/\tau_{cs}) e^{-(t-t')/\tau_{cs}} \right] dt' \quad (10)$$

donde:

C es la capacidad térmica del sistema climático;

S es el número total de fracciones del forzamiento radiactivo;

$l_s$  es la s-ésima fracción del forzamiento radiactivo que alcanza ajuste exponencialmente con una constante de tiempo  $\tau_{cs}$ .

Se impone la restricción que:

$$\sum_{s=1}^S l_s = 1 \quad (11)$$

$\tau_{cs}$  es la constante de tiempo de ajuste exponencial de la s-ésima fracción  $l_s$  del aumento de la temperatura.

Una constante efectiva del tiempo de ajuste del aumento de la temperatura  $\bar{\tau}_c$  se define como el inverso de la media ponderada del inverso de las constantes del tiempo de ajuste del aumento de la temperatura. Aquí, nuevamente, ese concepto es útil mismamente no habiendo sentido para una función exponencial con esa constante de tiempo.

$$\bar{\tau}_c = \frac{1}{\sum_{s=1}^S l_s (1/\tau_{cs})} \quad (12)$$

La combinación de las expresiones (7) y (10) nos da la relación entre la concentración adicional del gas de efecto invernadero  $g$  y el resultante aumento de la temperatura:

$$\Delta T_g(t) = (1/C) \bar{\sigma}_g \int_{-\infty}^t \Delta \rho_g(t') \left[ \sum_{s=1}^S l_s (1/\tau_{cs}) e^{-(t-t')/\tau_{cs}} \right] dt' \quad (13)$$

La combinación de las expresiones (2) y (13) resulta en una expresión relacionando las emisiones del gas de efecto invernadero  $g$  directamente al aumento de la temperatura:

$$\Delta T_g(t) = (1/C) \bar{\sigma}_g \beta_g \int_{-\infty}^t \left\{ \int_{-\infty}^{t'} \epsilon_g(t'') \left[ \sum_{r=1}^R f_{gr} e^{-(t'-t'')/\tau_{gr}} \right] dt'' \right\} \left[ \sum_{s=1}^S l_s (1/\tau_{cs}) e^{-(t-t')/\tau_{cs}} \right] dt' \quad (14)$$

### 3. Funciones normalizadas de respuesta

Las relaciones presentadas en la sección anterior se pueden expresar en términos de una constante, específica para cada gas, multiplicada por una función normalizada de respuesta representando la dependencia temporal. La normalización es diferente para cada función de respuesta: la constante adecuada se elige de forma que las funciones normalizadas de respuesta para los diferentes gases de efecto invernadero sean de magnitud semejante.

La introducción de las funciones normalizadas de respuesta permite que la porción de dependencia temporal de la relación entre dos variables sea representada por la convolución de la variable independiente con la función normalizada de respuesta.

#### De emisiones para concentración adicional

La relación entre las emisiones y la concentración adicional en la expresión (2) se puede representar como:

$$\Delta \rho_g(t) = \beta_g \int_{-\infty}^t \epsilon_g(t') \Phi_g(t-t') dt' \quad (15)$$

donde:

$$\Phi_g(t) = \sum_{r=1}^R f_{gr} \Phi_{gr}(t) = \sum_{r=1}^R f_{gr} e^{-t/\tau_{gr}} \quad (16)$$

$$\Phi_{gr}(t) = e^{-t/\tau_{gr}} \quad (17)$$

$\Phi_g(t)$  es la función normalizada de respuesta de la concentración adicional a un impulso de emisión y  $\Phi_{gr}(t)$  son sus componentes.

Se concluye de la expresión (15) que la concentración adicional resultante de un impulso de emisión en el tiempo  $t = 0$ , de valor  $\varepsilon_{g0}$ , es:

$$\Delta\rho_g(t) = \beta_g \varepsilon_{g0} \Phi_g(t) \quad (18)$$

La constante en la definición de la función de respuesta es tal que  $\Phi_g(0) = 1$ . La función normalizada de respuesta de la concentración adicional a un impulso de emisión  $\Phi_g(t)$  es *definida positiva*; comienza en uno, disminuye monótonamente y tiende asintóticamente a cero en el infinito.

La concentración adicional resultante de emisiones constantes iniciando en  $t = 0$  y de valores  $\bar{\varepsilon}_g$  es:

$$\begin{aligned} \Delta\rho_g(t) &= \beta_g \bar{\varepsilon}_g \int_0^t \Phi_g(t-t') dt' = \beta_g \bar{\tau}_g \bar{\varepsilon}_g \bar{\Phi}_g(t) = \beta_g \bar{\tau}_g \bar{\varepsilon}_g \sum_{r=1}^R f_{gr} \bar{\Phi}_{gr}(t) \\ &= \beta_g \bar{\tau}_g \bar{\varepsilon}_g \sum_{r=1}^R f_{gr} \left[ 1 - (\tau_{gr} / \bar{\tau}_g) e^{-t/\tau_{gr}} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

$$\bar{\Phi}_{gr}(t) = 1 - (\tau_{gr} / \bar{\tau}_g) e^{-t/\tau_{gr}} \quad (20)$$

donde  $\bar{\Phi}_g(t)$  es la función normalizada de respuesta de la concentración adicional a emisiones constantes y  $\bar{\Phi}_{gr}(t)$  son sus componentes.

La constante en la definición de las funciones de respuesta es tal que  $\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{\Phi}_g(t) = 1$ . La función normalizada de respuesta de la concentración adicional a emisiones constantes  $\bar{\Phi}_g(t)$  es *definida positiva*; comienza en cero, aumenta monótonamente y tiende asintóticamente a 1 en el infinito.

### De concentración adicional a aumento de la temperatura

La relación entre la concentración adicional y el aumento de la temperatura en la expresión (13) puede representarse como:

$$\Delta T_g(t) = \frac{(1/C) \bar{\sigma}_g}{\bar{\tau}_c} \int_{-\infty}^t \Delta\rho_g(t') \Theta(t-t') dt' \quad (21)$$

donde:

$$\Theta(t) = \sum_{s=1}^S l_s \Theta_s(t) = \sum_{s=1}^S l_s (\bar{\tau}_c / \tau_{cs}) e^{-t/\tau_{cs}} \quad (22)$$

$$\Theta_s(t) = (\bar{\tau}_c / \tau_{cs}) e^{-t/\tau_{cs}} \quad (23)$$

$\Theta(t)$  es la función normalizada de respuesta del aumento de la temperatura a un impulso de concentración adicional y  $\Theta_s(t)$  son sus componentes.

Se deduce de la expresión (21) que el aumento de temperatura resultante de un impulso de concentración adicional en el tiempo  $t = 0$ , de valor  $\Delta\rho_{g0}$ , es:

$$\Delta T_g(t) = \frac{(1/C) \bar{\sigma}_g}{\bar{\tau}_c} \Delta\rho_{g0} \Theta(t) \quad (24)$$

La constante en la definición de la función de respuesta es tal que  $\Theta(0) = 1$ . La función normalizada de respuesta del aumento de la temperatura a un impulso de concentración adicional es definida como positiva; comienza en un, disminuye monótonamente y tiende asintóticamente a cero en el infinito.

El aumento de la temperatura resultante de la concentración adicional constante iniciando en  $t = 0$  y de valor  $\Delta\bar{\rho}_g$  es:

$$\begin{aligned} \Delta T_g(t) &= \frac{(1/C) \bar{\sigma}_g}{\bar{\tau}_c} \Delta\bar{\rho}_g \int_0^t \Theta(t-t') dt' = (1/C) \bar{\sigma}_g \Delta\bar{\rho}_g \bar{\Theta}(t) = (1/C) \bar{\sigma}_g \Delta\bar{\rho}_g \sum_{s=1}^S l_s \bar{\Theta}_s(t) \\ &= (1/C) \bar{\sigma}_g \Delta\bar{\rho}_g \sum_{s=1}^S l_s (1 - e^{-t/\tau_{cs}}) \end{aligned} \quad (25)$$

$$\bar{\Theta}_s(t) = 1 - e^{-t/\tau_{cs}} \quad (26)$$

donde  $\bar{\Theta}(t)$  es la función normalizada de respuesta del aumento de la temperatura a la concentración adicional constante y  $\bar{\Theta}_s(t)$  son sus componentes.

La constante en la definición de las funciones de respuesta es tal que  $\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{\Theta}(t) = 1$ . La función normalizada de respuesta del aumento de la temperatura a la concentración adicional constante  $\bar{\Theta}(t)$  es definida como positiva; comienza en cero, aumenta monótonamente y tiende asintóticamente a 1 en el infinito.

### Sensibilidad climática

El valor asintótico del aumento de la temperatura para una concentración adicional constante de dióxido de carbono iniciando en  $t = 0$  y de valor igual a la concentración inicial se llama sensibilidad climática. También es descrito como el aumento de la temperatura para una duplicación de la concentración de dióxido de carbono. Se llega a la conclusión de (25) que:

$$cs = (1/C) \bar{\sigma}_{CO_2} \rho_{CO_2i} \quad (27)$$

y, por lo tanto,

$$(1/C) = \frac{cS}{\bar{\sigma}_{CO_2} \rho_{CO_2i}} \quad (28)$$

donde:

$\rho_{CO_2i}$  es la concentración inicial de dióxido de carbono que, en la medida en que aumenta en la misma cantidad, resulta en un aumento de temperatura igual a la sensibilidad climática.

### De emisiones a aumento de la temperatura

La relación entre las emisiones y el aumento de la temperatura en la expresión (14) se puede representar como:

$$\Delta T_g(t) = (1/C) \bar{\sigma}_g \beta_g \bar{\tau}_g \int_{-\infty}^t \epsilon_g(t') \Psi_g(t-t') dt' \quad (29)$$

donde:

$$\Psi_g(t) = \sum_{s=1}^S l_s \sum_{r=1}^R f_{gr} \Psi_{grs}(t) = \sum_{s=1}^S l_s \sum_{r=1}^R f_{gr} \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} (e^{-t/\tau_{gr}} - e^{-t/\tau_{cs}}) \quad (30)$$

$$\Psi_{grs}(t) = \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} (e^{-t/\tau_{gr}} - e^{-t/\tau_{cs}}) \quad (31)$$

$\Psi_g(t)$  es la función normalizada de respuesta del aumento de la temperatura a un impulso de emisión y  $\Psi_{grs}(t)$  son sus componentes.

Para  $\tau_{gr}$  igual a  $\tau_{cs}$ , la expresión (31) contiene la división de cero por cero. El límite en ese caso es:

$$\lim_{\tau_{cs} \rightarrow \tau_{gr}} \Psi_{grs}(t) = \frac{t}{(\bar{\tau}_g \tau_{cs})} e^{-t/\tau_{cs}} = \frac{t}{(\bar{\tau}_g \tau_{gr})} e^{-t/\tau_{gr}} \quad (32)$$

Se llega a la conclusión de la expresión (29) que el aumento de la temperatura resultante de un impulso de emisión en el tiempo  $t = 0$ , de valor  $\epsilon_{g0}$ , es:

$$\Delta T_g(t) = (1/C) \bar{\sigma}_g \beta_g \bar{\tau}_g \epsilon_{g0} \Psi_g(t) \quad (33)$$

La constante en la definición de la función de respuesta es tal que  $\int_0^{\infty} \Psi_g(t) dt = 1$ . La función normalizada de respuesta del aumento de la temperatura a un impulso de

emisión  $\Psi_g(t)$  es definida como positiva; comienza en cero, alcanza un máximo y entonces tiende asintóticamente a cero en el infinito.

El aumento de la temperatura resultante de emisiones constantes iniciando en  $t = 0$  y de valor  $\bar{\epsilon}_g$  es:

$$\begin{aligned}\Delta T_g(t) &= (1/C) \bar{\sigma}_g \beta_g \bar{\tau}_g \bar{\epsilon}_g \int_0^t \Psi_g(t-t') dt' = (1/C) \bar{\sigma}_g \beta_g \bar{\tau}_g \bar{\epsilon}_g \bar{\Psi}_g(t) \\ &= (1/C) \bar{\sigma}_g \beta_g \bar{\tau}_g \bar{\epsilon}_g \prod_{s=1}^S l_s \prod_{r=1}^R f_{gr} \bar{\Psi}_{grS}(t) \\ &= (1/C) \bar{\sigma}_g \beta_g \bar{\tau}_g \bar{\epsilon}_g \prod_{s=1}^S l_s \prod_{r=1}^R f_{gr} \left[ 1 - \frac{(\tau_{gr}/\bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} (\tau_{gr} e^{-t/\tau_{gr}} - \tau_{cs} e^{-t/\tau_{cs}}) \right]\end{aligned}\quad (34)$$

$$\bar{\Psi}_{grS}(t) = 1 - \frac{(\tau_{gr}/\bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} (\tau_{gr} e^{-t/\tau_{gr}} - \tau_{cs} e^{-t/\tau_{cs}}) \quad (35)$$

donde  $\bar{\Psi}_g(t)$  es la función normalizada de respuesta del aumento de la temperatura a emisiones constantes y  $\bar{\Psi}_{grS}(t)$  son sus componentes.

Para  $\tau_{gr}$  igual a  $\tau_{cs}$ , la expresión (35) contiene la división de cero por cero. El límite en ese caso es:

$$\lim_{\tau_{cs} \rightarrow \tau_{gr}} \bar{\Psi}_{grS}(t) = 1 - \frac{t + \tau_{gr}}{\bar{\tau}_g} e^{-t/\tau_{gr}} = 1 - \frac{t + \tau_{cs}}{\bar{\tau}_g} e^{-t/\tau_{cs}} \quad (36)$$

La constante en la definición de la función de respuesta es tal que  $\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{\Psi}_g(t) = 1$ . La función normalizada de respuesta del aumento de la temperatura a emisiones constantes  $\bar{\Psi}_g(t)$  es definida como positiva; comienza en cero, aumenta monótonamente y tiende asintóticamente a 1 en el infinito.

### La eficiencia térmica de un gas de efecto invernadero

El factor constante en las expresiones para el aumento de la temperatura como función de las emisiones es definido como la eficiencia térmica de un gas de efecto invernadero, que puede representada, con la ayuda de la expresión (28), en términos de la sensibilidad climática:

$$K_g = \frac{\bar{\sigma}_g \beta_g cs \bar{\tau}_g}{\bar{\sigma}_{CO_2} \rho_{CO_2i}} \quad (37)$$

Con esa definición, las expresiones para la concentración adicional y el aumento de la temperatura pueden ser representadas como:

$$\Delta T_g(t) = \frac{K_g}{\beta_g \bar{\tau}_g \bar{\tau}_c} \int_{-\infty}^t \Delta \rho_g(t') \Theta(t-t') dt' \quad (21')$$

$$\Delta T_g(t) = \frac{K_g}{\beta_g \bar{\tau}_g \bar{\tau}_c} \Delta \rho_{g0} \Theta(t) \quad (24')$$

$$\Delta T_g(t) = \frac{K_g}{\beta_g \bar{\tau}_g} \Delta \bar{\rho}_g \bar{\Theta}(t) \quad (25')$$

$$\Delta T_g(t) = K_g \int_{-\infty}^t \varepsilon_g(t') \Psi_g(t-t') dt' \quad (29')$$

$$\Delta T_g(t) = K_g \varepsilon_{g0} \Psi_g(t) \quad (33')$$

$$\Delta T_g(t) = K_g \bar{\varepsilon}_g \bar{\Psi}_g(t) \quad (34')$$

### De emisiones para tasa de variación de la temperatura

La tasa de variación en el tiempo de la temperatura se obtiene tomando la derivada con relación al tiempo de la expresión (30) y aplicando el resultado a la expresión (29'):

$$\frac{\delta \Delta T_g(t)}{\delta t} = K_g \prod_{s=1}^S l_s \prod_{r=1}^R f_{gr} \int_{-\infty}^t \varepsilon_g(t') \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} \left[ (1/\tau_{cs}) e^{-(t-t')/\tau_{cs}} - (1/\tau_{gr}) e^{-(t-t')/\tau_{gr}} \right] dt' \quad (38)$$

La relación entre las emisiones y la tasa de variación en el tiempo del aumento de la temperatura puede representarse como:

$$\frac{\delta \Delta T_g(t)}{\delta t} = \frac{K_g}{\bar{\tau}_g \bar{\tau}_c} \int_{-\infty}^t \varepsilon_g(t') \Lambda_g(t-t') dt' \quad (39)$$

donde:

$$\Lambda_g(t) = \prod_{s=1}^S l_s \prod_{r=1}^R f_{gr} \Lambda_{gr}(t) = \prod_{s=1}^S l_s \prod_{r=1}^R f_{gr} \frac{\tau_{gr} \bar{\tau}_c}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} \left[ (1/\tau_{cs}) e^{-t/\tau_{cs}} - (1/\tau_{gr}) e^{-t/\tau_{gr}} \right] \quad (40)$$

$$\Lambda_{gr}(t) = \frac{\tau_{gr} \bar{\tau}_c}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} \left[ (1/\tau_{cs}) e^{-t/\tau_{cs}} - (1/\tau_{gr}) e^{-t/\tau_{gr}} \right] \quad (41)$$

Para  $\tau_{gr}$  igual a  $\tau_{cs}$ , la expresión (41) contiene la división de cero por cero. El límite en ese caso es:

$$\lim_{\tau_{cs} \rightarrow \tau_{gr}} \Lambda_{gr}(t) = (\bar{\tau}_c / \tau_{cs}) (1 - t/\tau_{cs}) e^{-t/\tau_{cs}} = (\bar{\tau}_c / \tau_{gr}) (1 - t/\tau_{gr}) e^{-t/\tau_{gr}} \quad (42)$$

$\Lambda_g(t)$  es la función normalizada de respuesta de la tasa de variación de la temperatura a un impulso de emisión y  $\Lambda_{grs}(t)$  son sus componentes.

Se deduce de la expresión (39) que la tasa de variación de la temperatura resultante de un impulso de emisión en el tiempo  $t = 0$ , de valor  $\varepsilon_{g0}$ , es:

$$\frac{\Delta T_g(t)}{\delta t} = \frac{K_g}{\bar{\tau}_c \bar{\tau}_g} \varepsilon_{g0} \Lambda_g(t) \quad (43)$$

La constante en la definición de la función de respuesta es tal que  $\Lambda_g(0) = 1$ . La función normalizada de respuesta de la tasa de variación de la temperatura a un impulso de emisión  $\Lambda_g(t)$  comienza con el valor uno; es inicialmente positiva, después negativa y tiende asintóticamente a cero a medida que el tiempo tiende al infinito.

La tasa de variación de la temperatura resultante de emisiones constantes iniciando en  $t = 0$ , y de valor  $\bar{\varepsilon}_g$ , es:

$$\begin{aligned} \frac{\delta \Delta T_g(t)}{\delta t} &= \frac{K_g}{\bar{\tau}_c \bar{\tau}_g} \bar{\varepsilon}_g \int_0^t \Lambda_g(t-t') dt' = K_g \bar{\varepsilon}_g \bar{\Lambda}_g(t) = K_g \bar{\varepsilon}_g \prod_{s=1}^S l_s \prod_{r=1}^R f_{gr} \bar{\Lambda}_{grs}(t) \\ &= K_g \bar{\varepsilon}_g \prod_{s=1}^S l_s \prod_{r=1}^R f_{gr} \frac{(\tau_{gr}/\bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} (e^{-t/\tau_{gr}} - e^{-t/\tau_{cs}}) \end{aligned} \quad (44)$$

$$\bar{\Lambda}_{grs}(t) = \frac{(\tau_{gr}/\bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} (e^{-t/\tau_{gr}} - e^{-t/\tau_{cs}}) \quad (45)$$

donde  $\bar{\Lambda}_g(t)$  es la función normalizada de respuesta de la tasa de variación de la temperatura a emisiones constantes y  $\bar{\Lambda}_{grs}(t)$  son sus componentes.

Esa expresión es la misma que la de la función normalizada de respuesta del aumento de la temperatura a un impulso de emisión ( $\bar{\Lambda}_{grs}(t) = \Psi_{grs}(t)$ ), que debe esperarse ya que  $\bar{\Lambda}_{grs}(t)$  resulta de tomar la integral en el tiempo y la derivada de  $\Psi_{grs}(t)$ .

La constante en la definición de la función de respuesta es tal que  $\int_0^{\infty} \bar{\Lambda}_g(t) dt = 1$ . La función normalizada de respuesta de la tasa de variación de la temperatura a emisiones constantes se define como positiva; iniciando en cero, alcanza un máximo y después tiende asintóticamente a cero en el infinito.

### De emisiones a aumento del nivel medio del mar

El aumento del nivel medio del mar puede efectuarse por una respuesta exponencial múltiple a un aumento constante de temperatura iniciando en  $t = 0$ :

$$\Delta msl_g(t) = \Delta \bar{T}_g MSL \left( 1 - \sum_{m=1}^M h_m e^{-t/\tau_m} \right) \quad (46)$$

donde:

$\Delta msl_g(t)$  es el aumento medio del nivel del mar resultante de un aumento constante de temperatura en la temperatura iniciando en el tiempo  $t = 0$  ;

$\Delta \bar{T}_g$  es el valor del aumento constante de temperatura;

$MSL$  es el valor asintótico del aumento medio del nivel del mar por unidad de aumento constante de la temperatura;

$h_m$  es la m-ésima fracción del aumento del nivel medio del mar que se ajusta exponencialmente con la constante de tiempo  $\tau_m$  ;

$\tau_m$  es la constante de tiempo de la exponencial de ajuste de la fracción  $h_m$ .

Se llega a la conclusión que la respuesta del aumento del nivel medio del mar a un impulso de aumento de temperatura de valor unitario es:

$$\Delta msl_g(t) = MSL \sum_{m=1}^M h_m (1/\tau_m) e^{-t/\tau_m} \quad (47)$$

La relación de dependencia temporal entre el aumento de la temperatura y el aumento del nivel medio del mar es, entonces, dada por:

$$\Delta msl_g(t) = MSL \int_{-\infty}^t \Delta T(t') \sum_{m=1}^M h_m (1/\tau_m) e^{-(t-t')/\tau_m} dt' \quad (48)$$

La substitución de la expresión para el aumento de la temperatura de (29') resulta en:

$$\begin{aligned} \Delta msl_g(t) &= MSL \int_{-\infty}^t \left[ K_g \int_{-\infty}^{t'} \epsilon_g(t'') \Psi_g(t'-t'') dt'' \right] \sum_{m=1}^M h_m (1/\tau_m) e^{-(t-t')/\tau_m} dt' \\ &= MSL K_g \sum_{s=1}^S l_s \sum_{r=1}^R f_{gr} \sum_{m=1}^M h_m \frac{(\tau_{gr} / (\bar{\tau}_g \tau_m))}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} \int_{-\infty}^t \left[ \int_{-\infty}^{t'} \epsilon_g(t'') (e^{-(t'-t'')/\tau_{gr}} - e^{-(t'-t'')/\tau_{cs}}) dt'' \right] e^{-(t-t')/\tau_m} dt' \end{aligned} \quad (49)$$

La relación entre las emisiones y el aumento del nivel medio del mar en la expresión (49) puede representarse como:

$$\Delta msl_g(t) = MSL K_g \int_{-\infty}^t \varepsilon(t') \Omega_g(t-t') dt' \quad (50)$$

donde:

$$\begin{aligned} \Omega_g(t) &= \prod_{s=1}^S l_s \prod_{r=1}^R f_{gr} \prod_{m=1}^M h_m \Omega_{grsm}(t) = \\ &= \prod_{s=1}^S l_s \prod_{r=1}^R f_{gr} \prod_{m=1}^M h_m \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} \left[ \frac{\tau_{gr}}{(\tau_{gr} - \tau_m)} \left( e^{-t/\tau_{gr}} - e^{-t/\tau_m} \right) - \frac{\tau_{cs}}{(\tau_{cs} - \tau_m)} \left( e^{-t/\tau_{cs}} - e^{-t/\tau_m} \right) \right] \end{aligned} \quad (51)$$

$$\Omega_{grsm}(t) = \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} \left[ \frac{\tau_{gr}}{(\tau_{gr} - \tau_m)} \left( e^{-t/\tau_{gr}} - e^{-t/\tau_m} \right) - \frac{\tau_{cs}}{(\tau_{cs} - \tau_m)} \left( e^{-t/\tau_{cs}} - e^{-t/\tau_m} \right) \right] \quad (52)$$

Para dos o tres valores iguales de  $\tau_{gr}$ ,  $\tau_{cs}$  e  $\tau_m$ , la expresión (52) contiene la división de cero por cero. Los límites en esos casos son:

$$\begin{aligned} \lim_{\tau_{gr} \rightarrow \tau_m} \Omega_{grsm}(t) &= \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} \left[ \frac{t}{\tau_{gr}} e^{-t/\tau_{gr}} - \frac{\tau_{cs}}{(\tau_{cs} - \tau_{gr})} \left( e^{-t/\tau_{cs}} - e^{-t/\tau_{gr}} \right) \right] = \\ &= \frac{(\tau_m / \bar{\tau}_g)}{(\tau_m - \tau_{cs})} \left[ \frac{t}{\tau_m} e^{-t/\tau_m} - \frac{\tau_{cs}}{(\tau_{cs} - \tau_m)} \left( e^{-t/\tau_{cs}} - e^{-t/\tau_m} \right) \right] \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} \lim_{\tau_{cs} \rightarrow \tau_m} \Omega_{grsm}(t) &= \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} \left[ \frac{\tau_{gr}}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} \left( e^{-t/\tau_{gr}} - e^{-t/\tau_{cs}} \right) - \frac{t}{\tau_{cs}} e^{-t/\tau_{cs}} \right] = \\ &= \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_m)} \left[ \frac{\tau_{gr}}{(\tau_{gr} - \tau_m)} \left( e^{-t/\tau_{gr}} - e^{-t/\tau_m} \right) - \frac{t}{\tau_m} e^{-t/\tau_m} \right] \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \lim_{\tau_{gr} \rightarrow \tau_{cs}} \Omega_{grsm}(t) &= \frac{(t / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{cs} - \tau_m)} e^{-t/\tau_{cs}} - \frac{(\tau_{cs} \tau_m / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{cs} - \tau_m)^2} \left( e^{-t/\tau_{cs}} - e^{-t/\tau_m} \right) = \\ &= \frac{(t / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_m)} e^{-t/\tau_{gr}} - \frac{(\tau_{gr} \tau_m / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_m)^2} \left( e^{-t/\tau_{gr}} - e^{-t/\tau_m} \right) \end{aligned} \quad (55)$$

$$\lim_{\substack{\tau_{gr} \rightarrow \tau_m \\ \tau_{cs} \rightarrow \tau_m}} \Omega_{grsm}(t) = (1 / \bar{\tau}_g) (t^2 / 2\tau_{gr}^2) e^{-t/\tau_{gr}} = (1 / \bar{\tau}_g) (t^2 / 2\tau_{cs}^2) e^{-t/\tau_{cs}} = (1 / \bar{\tau}_g) (t^2 / 2\tau_m^2) e^{-t/\tau_m} \quad (56)$$

$\Omega_g(t)$  es la función normalizada de respuesta del aumento del nivel medio del mar a un impulso de emisión y  $\Omega_{grsm}(t)$  son sus componentes.

Se deduce de la expresión (50) que el aumento del nivel medio del mar resultante de un impulso de emisión en el tiempo  $t = 0$ , de valor  $\varepsilon_{g0}$ , es:

$$\Delta msl_g(t) = MSL K_g \varepsilon_{g0} \Omega_g(t) \quad (57)$$

La constante en la definición de la función de respuesta es tal que  $\int_0^{\infty} \Omega_g(t) dt = 1$ . La función normalizada de respuesta del aumento del nivel medio del mar a un impulso de emisión  $\Omega_g(t)$  es definida como positiva; comienza con el valor cero, es inicialmente positiva, después negativa y tiende asintóticamente a cero mientras el tiempo tiende al infinito.

El aumento del nivel medio del mar resultante de las emisiones constantes iniciando en  $t = 0$  y de valor  $\bar{\varepsilon}_g$ , es:

$$\begin{aligned} \Delta msl_g(t) &= MSL K_g \bar{\varepsilon}_g \int_0^t \Omega_g(t-t') dt' = MSL K_g \bar{\varepsilon}_g \bar{\Omega}_g(t) = MSL K_g \bar{\varepsilon}_g \prod_{s=1}^S l_s \prod_{r=1}^R f_{gr} \prod_{m=1}^M h_m \bar{\Omega}_{grsm}(t) \\ &= MSL K_g \bar{\varepsilon}_g \prod_{s=1}^S l_s \prod_{r=1}^R f_{gr} h_m \left[ 1 - \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g) \tau_{gr}^2}{(\tau_{gr} - \tau_m)(\tau_{gr} - \tau_{cs})} e^{-t/\tau_{gr}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g) \tau_{cs}^2}{(\tau_{cs} - \tau_m)(\tau_{gr} - \tau_{cs})} e^{-t/\tau_{cs}} - \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g) \tau_m^2}{(\tau_{gr} - \tau_m)(\tau_{cs} - \tau_m)} e^{-t/\tau_m} \right] \end{aligned} \quad (58)$$

$$\bar{\Omega}_{grsm}(t) = \left[ 1 - \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g) \tau_{gr}^2}{(\tau_{gr} - \tau_m)(\tau_{gr} - \tau_{cs})} e^{-t/\tau_{gr}} \right. \\ \left. + \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g) \tau_{cs}^2}{(\tau_{cs} - \tau_m)(\tau_{gr} - \tau_{cs})} e^{-t/\tau_{cs}} - \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g) \tau_m^2}{(\tau_{gr} - \tau_m)(\tau_{cs} - \tau_m)} e^{-t/\tau_m} \right] \quad (59)$$

donde  $\bar{\Omega}_g(t)$  es la función normalizada de respuesta del aumento del nivel medio del mar a emisiones constantes y  $\bar{\Omega}_{grsm}(t)$  son sus componentes.

Para dos o tres valores iguales de  $\tau_{gr}$ ,  $\tau_{cs}$  y  $\tau_m$ , la expresión (59) contiene la división de cero por cero. Los límites en esos casos son:

$$\begin{aligned} \lim_{\tau_{gr} \rightarrow \tau_m} \bar{\Omega}_{grsm}(t) &= 1 + \frac{(\tau_m / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{cs} - \tau_m)} \left[ \left( 2\tau_m + \frac{\tau_m^2}{(\tau_{cs} - \tau_m)} + t \right) e^{-t/\tau_m} - \frac{\tau_{cs}^2}{(\tau_{cs} - \tau_m)} e^{-t/\tau_{cs}} \right] = \\ &= 1 + \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{cs} - \tau_{gr})} \left[ \left( 2\tau_{gr} + \frac{\tau_{gr}^2}{(\tau_{cs} - \tau_{gr})} + t \right) e^{-t/\tau_{gr}} - \frac{\tau_{cs}^2}{(\tau_{cs} - \tau_{gr})} e^{-t/\tau_{cs}} \right] \end{aligned} \quad (60)$$

$$\begin{aligned}
\lim_{\tau_{cs} \rightarrow \tau_m} \overline{\Omega}_{grsm}(t) &= 1 + \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_m)} \left[ \left( 2 \tau_m + \frac{\tau_m^2}{(\tau_{gr} - \tau_m)} + t \right) e^{-t/\tau_m} - \frac{\tau_{gr}^2}{(\tau_{gr} - \tau_m)} e^{-t/\tau_{gr}} \right] = \\
&= 1 + \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} \left[ \left( 2 \tau_{cs} + \frac{\tau_m^2}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} + t \right) e^{-t/\tau_{cs}} - \frac{\tau_{gr}^2}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} e^{-t/\tau_{gr}} \right]
\end{aligned} \tag{61}$$

$$\begin{aligned}
\lim_{\tau_{gr} \rightarrow \tau_{cs}} \overline{\Omega}_{grsm}(t) &= 1 + \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g)}{(\tau_m - \tau_{gr})} \left[ \left( 2 \tau_{gr} + \frac{\tau_{gr}^2}{(\tau_m - \tau_{gr})} + t \right) e^{-t/\tau_{gr}} - \frac{\tau_m^2}{(\tau_m - \tau_{gr})} e^{-t/\tau_m} \right] = \\
&= 1 + \frac{(\tau_{cs} / \bar{\tau}_g)}{(\tau_m - \tau_{cs})} \left[ \left( 2 \tau_{cs} + \frac{\tau_{cs}^2}{(\tau_m - \tau_{cs})} + t \right) e^{-t/\tau_{cs}} - \frac{\tau_m^2}{(\tau_m - \tau_{cs})} e^{-t/\tau_m} \right]
\end{aligned} \tag{62}$$

$$\begin{aligned}
\lim_{\substack{\tau_{gr} \rightarrow \tau_m \\ \tau_{cs} \rightarrow \tau_m}} \overline{\Omega}_{grsm}(t) &= 1 - (\tau_m / \bar{\tau}_g) \left( 1 + (t / \tau_m) + (t^2 / (2 \tau_m^2)) \right) e^{-t/\tau_m} = \\
&= 1 - (\tau_{gr} / \bar{\tau}_g) \left( 1 + (t / \tau_{gr}) + (t^2 / (2 \tau_{gr}^2)) \right) e^{-t/\tau_{gr}} = \\
&= 1 - (\tau_{cs} / \bar{\tau}_g) \left( 1 + (t / \tau_{cs}) + (t^2 / (2 \tau_{cs}^2)) \right) e^{-t/\tau_{cs}}
\end{aligned} \tag{63}$$

La constante en la definición de la función de respuesta es tal que  $\lim_{t \rightarrow \infty} \overline{\Omega}_g(t) = 1$ . La función normalizada de respuesta del aumento del nivel medio del mar a emisiones constantes es definida como positiva; comienza en cero, aumenta monótonamente y tiende asintóticamente a 1 en el infinito.

#### 4. Potenciales de calentamiento global

Una “emisión equivalente de dióxido de carbono” se define por mediación de un factor para cada gas de efecto invernadero y no del dióxido de carbono, de tal forma que sus emisiones puedan sumarse a las del dióxido de carbono, después de ponderadas por sus respectivos factores.

El criterio utilizado para elegir los factores de ponderación es que el aumento de la temperatura después de un período de tiempo específico es el mismo que se produciría si hubiese una emisión de dióxido de carbono igual, en valor, a la emisión equivalente de dióxido de carbono. Cada factor de ponderación se conoce como el potencial de calentamiento global del gas de efecto invernadero g. Por lo tanto, y en general:

$$\varepsilon_{CO_2 \text{ equiv}}(t) = \varepsilon_{CO_2}(t) + \sum_g \varepsilon_g(t) \Gamma_g \quad (64)$$

donde

$\sum_g$  indica la suma de los gases de efecto invernadero, excluyendo el dióxido de carbono, y

$\Gamma_g$  es el potencial de calentamiento global del gas de efecto invernadero g, para un período de tiempo específico.

A fin de encontrar la expresión y la dependencia temporal del factor de ponderación, el aumento de la temperatura debido a las emisiones de dióxido de carbono y de otros gases se puede representar a partir de (29), con la definición de (64), como:

$$\Delta T(t) = K_{CO_2} \int_{-\infty}^t \left[ \varepsilon_{CO_2}(t') + \sum_g \varepsilon_g(t') \Gamma_g(t-t') \right] \Psi_{CO_2}(t-t') dt' \quad (65)$$

donde

$$\Gamma_g(t) = \frac{K_g \Psi_g(t)}{K_{CO_2} \Psi_{CO_2}(t)} \quad (66)$$

es el potencial de calentamiento global del gas de efecto invernadero g y período de tiempo t.

El potencial de calentamiento global puede representarse como una constante para cada gas de efecto invernadero, multiplicado por un potencial normalizado de calentamiento global; después de observar que  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Psi_g(t)}{\Psi_{CO_2}(t)} = \frac{\bar{\tau}_{CO_2}}{\bar{\tau}_g}$  y exigiendo

que  $\gamma_g(0) = 1$ :

$$\Gamma_g(t) = \frac{\bar{\sigma}_g \beta_g}{\bar{\sigma}_{CO_2} \beta_{CO_2}} \gamma_g(t) \quad (67)$$

$$\gamma_g(t) = \frac{\prod_{s=1}^S l_s \prod_{r=1}^R f_{gr} \frac{\tau_{gr}}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} (e^{-t/\tau_{gr}} - e^{-t/\tau_{cs}})}{\prod_{s=1}^S l_s \prod_{r=1}^R f_{CO_2r} \frac{\tau_{CO_2r}}{(\tau_{CO_2r} - \tau_{cs})} (e^{-t/\tau_{CO_2r}} - e^{-t/\tau_{cs}})} \quad (68)$$

Para impulsos de emisión en  $t = 0$ , de valores  $\varepsilon_{CO_2,0}$  y  $\varepsilon_{g,0}$ , el resultante aumento de la temperatura se puede representar, a partir de (33'), como:

$$\Delta T(t) = K_{CO_2} \left[ \varepsilon_{CO_2,0}(t) + \sum_g \varepsilon_{g,0}(t) \Gamma_g(t) \right] \Psi_{CO_2}(t) \quad (69)$$

Para emisiones constantes iniciando en  $t = 0$ , de valores  $\bar{\varepsilon}_{CO_2}$  y  $\bar{\varepsilon}_g$ , el resultante aumento de la temperatura se representa, a partir de la expresión (34'), como:

$$\Delta T(t) = K_{CO_2} [\bar{\varepsilon}_{CO_2} + \bar{\varepsilon}_g \bar{\Gamma}_g(t)] \bar{\Psi}_{CO_2}(t) \quad (70)$$

donde:

$$\bar{\Gamma}_g(t) = \frac{K_g \bar{\Psi}_g(t)}{K_{CO_2} \bar{\Psi}_{CO_2}(t)} \quad (71)$$

es definido como el potencial de calentamiento global comprometido del gas de efecto invernadero  $g$  y período de tiempo  $t$ .

El potencial de calentamiento global comprometido se puede representar como una constante para cada gas de efecto invernadero, multiplicado por un potencial de calentamiento global comprometido normalizado, después de observar que

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\bar{\Psi}_g(t)}{\bar{\Psi}_{CO_2}(t)} = \frac{\bar{\tau}_{CO_2}}{\bar{\tau}_g} \text{ y exigiendo que } \bar{\gamma}_g(0) = 1:$$

$$\bar{\Gamma}_g(t) = \frac{\bar{\sigma}_g \beta_g \bar{\tau}_g}{\bar{\sigma}_{CO_2} \beta_{CO_2} \bar{\tau}_{CO_2}} \bar{\gamma}_g(t) \quad (72)$$

$$\bar{\gamma}_g(t) = \frac{\prod_{s=1}^S l_s \prod_{r=1}^R f_{gr} \left[ 1 - \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} (\tau_{gr} e^{-t/\tau_{gr}} - \tau_{cs} e^{-t/\tau_{cs}}) \right]}{\prod_{s=1}^S l_s \prod_{r=1}^R f_{CO_2r} \left[ 1 - \frac{(\tau_{CO_2r} / \bar{\tau}_{CO_2})}{(\tau_{CO_2r} - \tau_{cs})} (\tau_{CO_2r} e^{-t/\tau_{CO_2r}} - \tau_{cs} e^{-t/\tau_{cs}}) \right]} \quad (73)$$

## El GWP del IPCC

El Grupo Intergubernamental sobre Cambio Climático – IPCC definió el  $GWP(t)$  como la razón del forzamiento radiactivo acumulado en el tiempo  $t$ , resultante de un impulso unitario de concentración adicional del gas de efecto invernadero  $g$  en el tiempo  $t = 0$ , y el forzamiento radiactivo acumulado en el tiempo  $t$ , resultante de un impulso unitario de concentración adicional de dióxido de carbono en el tiempo  $t = 0$ .

Existe una dificultad fundamental con relación a esa definición, en lo que se refiere a que el forzamiento radiactivo acumulado sea una variable que, cuando alcanza un determinado valor, nunca retorna a cero, aunque la concentración adicional retorne a cero en el caso de que las emisiones resulten interrumpidas.

La razón adoptada por el IPCC también corresponde a la razón de los aumentos de la temperatura, bajo las mismas condiciones, y con dos condiciones limitantes adicionales: primero, que todas las constantes  $\tau_{gr}$  del tiempo de la disminución exponencial de la concentración adicional sean muy cortas en comparación a cualquiera de las constantes  $\tau_{cs}$  del tiempo de ajuste del aumento de la temperatura; y segundo, que el período de tiempo  $t$  sea mucho más corto que cualquier  $\tau_{cs}$ . Además, la definición del  $GWP_g(t)$  del IPCC se refiere a un aumento unitario de la concentración adicional en el tiempo  $t = 0$ , mientras que la definición en esta nota se refiere a un impulso unitario de emisión, siendo la diferencia entre las dos el factor  $\beta$ .

La definición del  $GWP_g(t)$  del IPCC, en la anotación utilizada en esta nota, es:

$$GWP_g(t) = \frac{{}_0^t \sigma_g \Delta \rho_g(t') dt'}{{}_0^t \sigma_{CO_2} \Delta \rho_{CO_2}(t') dt'} \quad (74)$$

Debe resaltarse que el IPCC usa el valor de columna de la constante  $\sigma$ , al contrario que el valor medio  $\bar{\sigma}$  presentado en esta nota. A medida en que esas constantes aparecen apenas en forma de la razón de la constante para un gas de efecto invernadero, en relación al del dióxido de carbono, la diferencia no se considera en lo que se refiere a continuación.

Tomando la expresión (2) para la concentración adicional cuando  $\beta_g = 1$  y para un impulso de concentración de valor igual a uno en el tiempo  $t = 0$ :

$$\Delta \rho_g(t) = \sum_{r=1}^R f_{gr} e^{-t/\tau_{gr}} \quad (75)$$

Substituyendo ese valor en la expresión (72):

$$GWP_g(t) = \frac{{}_0^t \sigma_g \sum_{r=1}^R f_{gr} e^{-t'/\tau_{gr}} dt'}{{}_0^t \sigma_{CO_2} \sum_{r=1}^R f_{CO_2r} e^{-t'/\tau_{CO_2r}} dt'}$$

$$= \frac{\sigma_g \sum_{r=1}^R f_{gr} \tau_{gr} (1 - e^{-t/\tau_{gr}})}{\sigma_{CO_2} \sum_{r=1}^R f_{CO_2r} \tau_{CO_2r} (1 - e^{-t/\tau_{CO_2r}})} \quad (76)$$

La expresión para el potencial de calentamiento global conforme a lo definido en esta nota es, a partir de las expresiones (67) y (68):

$$\Gamma_g(t) = \frac{\beta_g \sigma_g \sum_{s=1}^S l_s \sum_{r=1}^R f_{gr} \frac{\tau_{gr}}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} (e^{-t/\tau_{gr}} - e^{-t/\tau_{cs}})}{\beta_{CO_2} \sigma_{CO_2} \sum_{s=1}^S l_s \sum_{r=1}^R f_{CO_2r} \frac{\tau_{CO_2r}}{(\tau_{CO_2r} - \tau_{cs})} (e^{-t/\tau_{CO_2r}} - e^{-t/\tau_{cs}})} \quad (77)$$

Considerando el caso en que  $t \ll \tau_{cs}$  y  $\tau_{gr} \ll \tau_{cs}$  para todos los valores de  $s$  y  $r$ , y tanto  $\beta_g$  como  $\beta_{CO_2}$  son iguales a uno:

$$\Gamma_g(t) = \frac{\sigma_g \sum_{r=1}^R f_{gr} \tau_{gr} (1 - e^{-t/\tau_{gr}})}{\sigma_{CO_2} \sum_{r=1}^R f_{CO_2r} \tau_{CO_2r} (1 - e^{-t/\tau_{CO_2r}})} \quad (78)$$

que es igual a la expresión (75) para el GWP(t) del IPCC.

Se llega a la conclusión de que el GWP(t) del IPCC es un caso especial del potencial de calentamiento global  $\Gamma_g(t)$  definido en esta nota, para el caso en que  $\beta_g$  y  $\beta_{CO_2}$  son tomados como siendo iguales a 1 y la constante del tiempo de ajuste del aumento de la temperatura tiende al infinito.

#### El “modelo para formuladores de políticas” de la Propuesta Brasileña

El gobierno de Brasil sometió al Secretariado de la Convención Marco de las Naciones Unidas sobre Cambio Climático una propuesta de elementos de un protocolo a esta Convención en 1997. Esta propuesta contenía la sugestión de un modelo para “formuladores de políticas” como una forma simple de traducir emisiones para aumento de la temperatura.

En la anotación utilizada en esta nota, el modelo para “formuladores de políticas” es:

$$\Delta T_g(t) = (1/C) \sigma_g \beta_g \int_{-\infty}^t \left[ \int_{-\infty}^{t'} \varepsilon_g(t'') e^{-(t'-t'')/\tau_g} dt'' \right] dt' \quad (79)$$

Se puede observar que se trata de la misma expresión que la (14) de esta nota, con dos aproximaciones.

El término de ajuste del aumento de la temperatura es omitido en la propuesta brasileña, que equivale a considerar el límite para el período de tiempo de ajuste del aumento de la temperatura tendiendo al infinito. Dicha aproximación también se efectúa en la definición del GWP(t) del IPCC.

La disminución de la concentración adicional se toma siguiendo una ley exponencial simple, o sea, se toma R como igual a uno para todos los gases.

Aunque el modelo para “formuladores de políticas” no haya incluido el concepto de un potencial de calentamiento global, queda claro que él implica dicho concepto, que es semejante al del GWP del IPCC, con la añadidura de las constantes  $\beta$ .

## 5. No linealidades en el forzamiento radiactivo

El forzamiento radiactivo medio  $\bar{\sigma}_g$ , en realidad, no es constante, y sí resulta una función de la concentración atmosférica para el dióxido de carbono, el metano y el óxido nítrico.

Esa no linealidad se debe tomar en cuenta al tratar del problema de la atribución del cambio climático a diferentes gases de efecto invernadero o fuentes. Como esa no linealidad afecta al forzamiento del cambio climático, ella es intrínsecamente diferente de las no linealidades internas en la dinámica del sistema climático. Las últimas son tomadas en cuenta implícitamente por los modelos de circulación general acoplados atmósfera/océano que se utilizan para la derivación de la sensibilidad climática.

Existen dos aspectos relativos al tratamiento de las no linealidades en el forzamiento radiactivo. Uno es la estimativa de la respuesta del forzamiento radiactivo a las emisiones globales. Otro aspecto es la respuesta del sistema climático a pequeñas variaciones en las emisiones de fuentes individuales, enfoque relevante para la atribución de causa a las fuentes individuales.

### La respuesta no lineal del sistema climático a las emisiones

La expresión (7) se modifica a:

$$\Delta \bar{Q}_g(t) = \bar{\sigma}_g(\Delta \rho_g(t)) \Delta \rho_g(t) \quad (80)$$

La substitución en (10) resulta en una expresión modificada (13), que puede expresarse en términos de la función de respuesta del aumento de la temperatura a un impulso de concentración adicional:

$$\Delta T_g(t) = (1/C) \int_{-\infty}^t \bar{\sigma}_g(\Delta \rho_g^G(t')) \Delta \rho_g^G(t') \left[ \sum_{s=1}^S l_s (1/\tau_{cs}) e^{-(t-t')/\tau_{cs}} \right] dt' \quad (81)$$

o, usando la definición de la función normalizada de respuesta del aumento de la temperatura a un impulso de concentración adicional de (22),

$$\Delta T_g(t) = \frac{CS}{\bar{\tau}_c \bar{\sigma}_{CO_2} \rho_{CO_2i}} \int_{-\infty}^t \bar{\sigma}_g(\Delta \rho_g^G(t')) \Delta \rho_g^G(t') \Theta(t-t') dt' \quad (82)$$

donde el G exponente se refiere a concentraciones globales adicionales.

La combinación con la expresión (2) aporta la expresión para la relación entre las emisiones globales del gas de efecto invernadero  $g$  y el resultante aumento de la temperatura, representada con el uso de la función de respuesta del aumento de la temperatura a un impulso de concentración adicional y la función de respuesta de la concentración adicional a un impulso de emisión:

$$\Delta T_g(t) = (1/C) \beta_g \int_{-\infty}^t \bar{\sigma}_g \left( \int_{-\infty}^{t'} \varepsilon_g^G(t'') \Phi_g(t''-t') \right) \left\{ \int_{-\infty}^{t'} \varepsilon_g(t'') \Phi_g(t''-t') dt'' \right\} \Theta(t-t') dt' \quad (82)$$

Esta fórmula tan sólo se puede utilizar con integración numérica, porque las dependencias no lineales del forzamiento radiactivo en relación a la concentración atmosférica de dióxido de carbono, metano y óxido nitroso son tales que no se puede encontrar una solución analítica.

En el caso especial de emisiones constantes, la expresión () se simplifica y el límite asintótico del aumento de la temperatura a medida que el tiempo tiende al infinito se puede representar como:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta T_g^G(t) = \frac{\bar{\sigma}_g (\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta \bar{\rho}_g^G(t)) c.s.}{\bar{\sigma}_{CO_2}(\rho_{CO_2i})} = \frac{\bar{\sigma}_g (\beta_g \bar{\tau}_g \bar{\varepsilon}_g^G) c.s.}{\bar{\sigma}_{CO_2}(\rho_{CO_2i})} \quad (83)$$

#### Atribución no lineal del cambio climático a concentraciones adicionales prescritas

Al usar las funciones de respuesta para estimar el efecto relativo de las emisiones de diferentes fuentes, las concentraciones atmosféricas prescritas se pueden utilizar para determinar el forzamiento radiactivo medio adecuado. Se puede encontrar una expresión analítica para las funciones de respuesta si la dependencia temporal del forzamiento radiactivo medio se expresa como una serie de potencias, truncada para ofrecer la precisión deseada.

Para determinados datos de concentración atmosférica para un cierto período de tiempo  $\rho_g(t)$ , el forzamiento radiactivo medio se representa como:

$$\bar{\sigma}_g(t) = \bar{\sigma}_g(\rho_g(t)) = \bar{\sigma}_{g0} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{N_g} \alpha_{gn} (t-t_0)^n \right] \quad (84)$$

donde:

$\bar{\sigma}_{g0}$  es el forzamiento radiactivo medio en el tiempo  $t_0$ ;

$N_g$  es el orden de la expansión;

$\alpha_{gn}$  son coeficientes determinados a partir de los datos por una técnica de mínimos cuadrados;

La substitución de la expresión (84) en la expresión completa (14) para el aumento de la temperatura permite la determinación de la función normalizada de respuesta del aumento de la temperatura tomando en cuenta las no linealidades:

$$\Psi_{grs}(t) = \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} \left\{ \begin{array}{l} e^{-t/\tau_{gr}} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{N_g} \alpha_{gn} \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{n!}{(n-k)!} \frac{(t-t_0)^{n-k}}{((\tau_{gr} - \tau_{cs})/(\tau_{gr} \tau_{cs}))^k} \right] - \\ - e^{-t/\tau_{cs}} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{N_g} \alpha_{gn} \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{n!}{(n-k)!} \frac{(-t_0)^{n-k}}{((\tau_{gr} - \tau_{cs})/(\tau_{gr} \tau_{cs}))^k} \right] \end{array} \right\} \quad (85)$$

Esa expresión sólo es válida dentro del período de tiempo para el cual los coeficientes  $\alpha_{gn}$  fueron obtenidos.

## 6. El efecto de las emisiones a lo largo de períodos específicos de tiempo

La separación de los efectos de las emisiones que se producen a lo largo de diferentes períodos de tiempo se puede obtener separando las integrales de tiempo en una suma de integrales durante cada intervalo de tiempo anterior al tiempo de interés.

Para garantizar simplicidad en la anotación, las variables y funciones de esta sección son representadas en términos de sus componentes s y r. Las expresiones completas se obtienen, entonces, sumando los componentes después de ponderados con los factores  $l_s$  y  $f_{gr}$ , conforme sea el caso.

Se debe tomar cuidado, a pesar de todo, en que la suma de los componentes sólo se puede efectuar para la expresión completa. Hay productos en las expresiones y las operaciones de adición y multiplicación no se pueden intercambiar.

La siguiente anotación se presenta para los componentes de concentración adicional y aumento de la temperatura, respectivamente, al final del período de tiempo ( $t_a$ ,  $t_b$ ), resultantes de las emisiones durante ese período de tiempo.

$$\Delta\rho_{gr}(t_a, t_b) = \beta_g \int_{t_a}^{t_b} \varepsilon_g(t') \Phi_{gr}(t_b - t') dt' \quad (86)$$

y

$$\Delta T_{grs}(t_a, t_b) = K_g \int_{t_a}^{t_b} \varepsilon_g(t') \Psi_{grs}(t_b - t') dt' \quad (87)$$

### Las emisiones a lo largo de varios períodos

El tiempo antes de t se divide en intervalos n+1  $(-\infty, t_0)$ ,  $(t_0, t_1)$ , ...,  $(t_{n-1}, t_n)$ ,  $(t_n, t)$ . La relación entre las emisiones y los componentes de la concentración adicional puede, entonces, representarse como:

$$\begin{aligned}
\Delta\rho_{gr}(t) &= \Delta\rho_{gr}(-\infty, t) = \beta_g \int_{-\infty}^t \varepsilon_g(t') \Phi_{gr}(t-t') dt' = \\
&= \beta_g \int_{-\infty}^{t_0} \varepsilon_g(t') \Phi_{gr}(t-t') dt' + \beta_g \int_{t_0}^{t_1} \varepsilon_g(t') \Phi_{gr}(t-t') dt' + \dots + \\
&+ \beta_g \int_{t_{n-1}}^{t_n} \varepsilon_g(t') \Phi_{gr}(t-t') dt' + \beta_g \int_{t_n}^t \varepsilon_g(t') \Phi_{gr}(t-t') dt' \\
&= \beta_g \sum_{i=0}^n \int_{t_{i-1}}^{t_i} \varepsilon_g(t') \Phi_{gr}(t-t') dt' + \beta_g \int_{t_n}^t \varepsilon_g(t') \Phi_{gr}(t-t') dt' \quad (88)
\end{aligned}$$

donde se entiende que  $t_{-1}$  representa  $t$  tendiendo a menos infinito.

Esa expresión contiene integrales del siguiente tipo, que se pueden representar como:

$$\int_{t_a}^{t_b} \varepsilon(t') e^{-(t-t')/\tau} dt' = e^{-t/\tau} \int_{t_a}^{t_b} \varepsilon(t') e^{t'/\tau} dt' = e^{-(t-t_b)/\tau} \int_{t_a}^{t_b} \varepsilon(t') e^{-(t_b-t')/\tau} dt' \quad (89)$$

El uso de esa igualdad permite que el componente de la concentración adicional sea representado como:

$$\Delta\rho_{gr}(t) = \beta_g \sum_{i=0}^n e^{-(t-t_i)/\tau_{gr}} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \varepsilon_g(t') e^{-(t_i-t')/\tau_{gr}} dt' + \beta_g \int_{t_n}^t \varepsilon_g(t') e^{-(t-t')/\tau_{gr}} dt' \quad (90)$$

El uso de la definición de la función normalizada de respuesta de la expresión (17) permite que el componente de la concentración adicional sea representado en las dos formas equivalentes siguientes:

$$\Delta\rho_{gr}(t) = \sum_{i=0}^n \Delta\rho_{gr}(t_{i-1}, t_i) \Phi_{gr}(t-t_i) + \Delta\rho_{gr}(t_n, t) \quad (91)$$

$$\Delta\rho_{gr}(t) = \left[ \sum_{i=0}^n \Delta\rho_{gr}(t_{i-1}, t_i) \Phi_{gr}(t_n-t_i) \right] \Phi_{gr}(t-t_n) + \Delta\rho_{gr}(t_n, t) \quad (92)$$

Es posible representar la expresión completa para la concentración adicional, definiendo factores de ponderación modificados  $f'_{gr}$ , como sigue:

$$\Delta\rho_g(t) = \Delta\rho_g(t_n) \sum_{r=1}^R f'_{gr} \Phi_{gr}(t-t_n) + \Delta\rho_g(t_n, t) \quad (93)$$

donde:

$$f'_{gr} = f_{gr} \frac{\sum_{i=0}^n \Delta\rho_{gr}(t_{i-1}, t_i) \Phi_{gr}(t_n-t_i)}{\Delta\rho_g(t_n)} \quad (94)$$

Se puede efectuar un desarrollo semejante comenzando con la expresión (81) para el componente del aumento de la temperatura como una función de las emisiones:

$$\begin{aligned}
\Delta T_{grs}(t) &= \Delta T_{grs}(-\infty, t) = K_g \int_{-\infty}^t \varepsilon_g(t') \Psi_{grs}(t-t') dt' \\
&= K_g \sum_{i=0}^n \int_{t_{i-1}}^{t_i} \varepsilon_g(t') \Psi_{grs}(t-t') dt' + K_g \int_{t_n}^t \varepsilon_g(t') \Psi_{grs}(t-t') dt' \quad (95)
\end{aligned}$$

$$\Delta T_{grs}(t) = \frac{K_g (\tau_{gr} / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} \left\{ \sum_{i=0}^n \left[ e^{-(t-t_i)/\tau_{gr}} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \varepsilon_g(t') e^{-(t_i-t')/\tau_{gr}} dt' - e^{-(t-t_i)/\tau_{cs}} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \varepsilon_g(t') e^{-(t_i-t')/\tau_{cs}} dt' \right] + \right. \\
\left. + \int_{t_n}^t \varepsilon_g(t') \left( e^{-(t-t')/\tau_{gr}} - e^{-(t-t')/\tau_{cs}} \right) dt' \right\} \quad (96)$$

La expresión anterior se puede representar subrayando y adicionando a la primera línea la integral de la izquierda multiplicada por el factor exponencial con la constante  $\tau_{cs}$  y reagrupando:

$$\begin{aligned}
\Delta T_{grs}(t) &= \frac{K_g (\tau_{gr} / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} \left\{ \sum_{i=0}^n \left[ e^{-(t-t_i)/\tau_{gr}} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \varepsilon_g(t') e^{-(t_i-t')/\tau_{gr}} dt' - e^{-(t-t_i)/\tau_{cs}} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \varepsilon_g(t') e^{-(t_i-t')/\tau_{gr}} dt' - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - e^{-(t-t_i)/\tau_{cs}} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \varepsilon_g(t') e^{-(t_i-t')/\tau_{cs}} dt' + e^{-(t-t_i)/\tau_{cs}} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \varepsilon_g(t') e^{-(t_i-t')/\tau_{gr}} dt' \right] + \right. \\
&\quad \left. + \int_{t_n}^t \varepsilon_g(t') \left( e^{-(t-t')/\tau_{gr}} - e^{-(t-t')/\tau_{cs}} \right) dt' \right\} \\
&= \frac{K_g (\tau_{gr} / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} \left\{ \sum_{i=0}^n \left[ \left( e^{-(t-t_i)/\tau_{gr}} - e^{-(t-t_i)/\tau_{cs}} \right) \int_{t_{i-1}}^{t_i} \varepsilon_g(t') e^{-(t_i-t')/\tau_{gr}} dt' + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + e^{-(t-t_i)/\tau_{cs}} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \varepsilon_g(t') \left( e^{-(t_i-t')/\tau_{gr}} - e^{-(t_i-t')/\tau_{cs}} \right) dt' \right] + \right. \\
&\quad \left. + \int_{t_n}^t \varepsilon_g(t') \left( e^{-(t-t')/\tau_{gr}} - e^{-(t-t')/\tau_{cs}} \right) dt' \right\} \quad (97)
\end{aligned}$$

El uso de la definición de las funciones normalizadas de respuesta permite que el componente de aumento de la temperatura sea representado en las dos formas equivalentes siguientes:

$$\begin{aligned}
\Delta T_{grs}(t) &= (\tau_{cs} / \bar{\tau}_c) \sum_{i=0}^n \Delta T_{grs}(t_{i-1}, t_i) \Theta_s(t-t_i) + \\
&\quad + \frac{K_g}{\beta_g} \sum_{i=0}^n \Delta \rho_{gr}(t_{i-1}, t_i) \Psi_{grs}(t-t_i) + \quad (98) \\
&\quad + \Delta T_{grs}(t_n, t) \quad (99)
\end{aligned}$$

Es posible representar la expresión completa para el aumento de la temperatura, usando los factores de ponderación modificados  $f_{gr}^*$  y definiendo un factor de ponderación modificado  $l'_s$ , como a continuación:

$$\begin{aligned}
\Delta T_g(t) = & \Delta T_g(t_n) \prod_{s=1}^S l'_s \Theta_s(t-t_n) + \\
& + \frac{K_g}{\beta_g} \Delta \rho_g(t_n) \prod_{s=1}^S l'_s \prod_{r=1}^R f'_{gr} \Psi_{grs}(t-t_n) + \\
& + \Delta T_g(t_n, t)
\end{aligned} \tag{100}$$

donde:

$$l'_s = l_s \frac{\left( \prod_{r=1}^R (\tau_{cs} / \bar{\tau}_c) f_{gr} \prod_{i=0}^n \left[ (\tau_{cs} / \bar{\tau}_c) \Delta T_{grs}(t_{i-1}, t_i) \Theta_s(t_n - t_i) + \frac{K_g}{\beta_g} \Delta \rho_{gr}(t_{i-1}, t_i) \Psi_{grs}(t_n - t_i) \right] \right)}{\Delta T_g(t_n)} \tag{101}$$

### Las emisiones a lo largo de un período y posteriormente

Para las emisiones que se producen durante el período  $(t_a, t_b)$  y posteriormente, el componente de la concentración adicional, de (92), se simplifica a:

$$\Delta \rho_{gr}(t) = \Delta \rho_{gr}(t_a, t_b) \Phi_{gr}(t-t_b) + \Delta \rho_{gr}(t_b, t) \tag{102}$$

La comparación de la expresiones (18) y (102) muestra que la concentración adicional después del período de emisiones es igual a la resultante de un impulso de emisión de valor  $\Delta \rho_g(t_a, t_b) / \beta_g$  en el tiempo  $t = t_b$ , que entonces disminuye con el tiempo de acuerdo con la función normalizada de respuesta de la concentración adicional a un impulso de emisión  $\Phi_{gr}(t)$ .

En el caso general de emisiones que se producen en diferentes períodos de tiempo, el análisis de las expresiones (85) y (86) muestra que la situación es semejante. La concentración adicional al final de cada período,  $t_i$ , es igual a la resultante de un impulso de emisión de valor  $\Delta \rho_{gr}(t_{i-1}, t_i) / \beta_g$  en el tiempo  $t = t_i$ , que entonces disminuye de acuerdo con la función normalizada de respuesta de la concentración adicional a un impulso de emisión  $\Phi_{gr}(t)$ .

Las expresiones completas para la concentración adicional y los factores de ponderación modificados  $f'_{gr}$ , de (93) y (94), quedan de la siguiente manera:

$$\Delta \rho_g(t) = \Delta \rho_g(t_b) \prod_{r=1}^R f'_{gr} \Phi_{gr}(t-t_b) + \Delta \rho_g(t_b, t) \tag{103}$$

donde:

$$f'_{gr} = f_{gr} \frac{\Delta \rho_{gr}(t_a, t_b)}{\Delta \rho_g(t_b)} \tag{104}$$

De forma semejante, para las emisiones que se producen durante el período  $(t_a, t_b)$  y posteriormente, el componente del aumento de la temperatura, de (93), se simplifica a:

$$\Delta T_{grs}(t) = (\tau_{cs} / \bar{\tau}_c) \Delta T_{grs}(t_a, t_b) \Theta_s(t - t_b) + \frac{K_g}{\beta_g} \Delta \rho_{grs}(t_a, t_b) \Psi_{grs}(t - t_b) + \Delta T_g(t_b, t) \quad (105)$$

La comparación de las expresiones (24) y (33) con el primero y segundo término de (105), respectivamente, muestra que el aumento de la temperatura después del período de emisiones es, en parte, igual al resultante del aumento de la temperatura al final del período de emisiones,  $t_b$ , después de disminuir de acuerdo con la función de repuesta del aumento de la temperatura a un impulso de concentración adicional,  $\Theta_s(t)$ ; y, en parte, igual al resultante de un impulso de emisión de valor  $\Delta \rho_{gr}(t_a, t_b) / \beta_g$  en el tiempo  $t = t_b$ .

Las expresiones completas para el aumento de la temperatura y los factores de ponderación modificados  $l'_s$ , de (100) y (101) quedan como se describe a continuación:

$$\begin{aligned} \Delta T_g(t) = & \Delta T_g(t_b) \sum_{s=1}^S l'_s \Theta_s(t - t_b) + \\ & + \frac{K_g}{\beta_g} \Delta \rho_g(t_b) \sum_{s=1}^S l'_s \sum_{r=1}^R f'_{gr} \Psi_{grs}(t - t_b) + \\ & + \Delta T_g(t_b, t) \end{aligned} \quad (106)$$

donde:

$$l'_s = l_s \frac{(\tau_{cs} / \bar{\tau}_c) \sum_{r=1}^R f'_{gr} \Delta T_{grs}(t_a, t_b)}{\Delta T_g(t_b)} \quad (107)$$

## 7. Resumen de las fórmulas

$$(1/C) = \frac{cs}{\bar{\sigma}_{CO_2} \rho_{CO_2i}} \quad (28)$$

$$K_g = \frac{\bar{\sigma}_g \beta_g cs \bar{\tau}_g}{\bar{\sigma}_{CO_2} \rho_{CO_2i}} \quad (36)$$

### Funciones de respuesta a los impulsos

Función de respuesta de la concentración adicional a un impulso de emisión

$$\Delta\rho_g(t) = \beta_g \int_{-\infty}^t \varepsilon_g(t') \Phi_g(t-t') dt' \quad (15)$$

$$\Phi_g(t) = \prod_{r=1}^R f_{gr} e^{-t/\tau_{gr}} \quad (16)$$

Función de respuesta del aumento de la temperatura a un impulso de concentración adicional

$$\Delta T_g(t) = (cs / \rho_{CO_2i}) (\bar{\sigma}_g / \bar{\sigma}_{CO_2}) (1 / \bar{\tau}_c) \int_{-\infty}^t \Delta\rho_g(t') \Theta(t-t') dt' \quad (21)$$

$$\Theta(t) = \prod_{s=1}^S l_s (\bar{\tau}_c / \tau_{cs}) e^{-t/\tau_{cs}} \quad (22)$$

Función de respuesta del aumento de la temperatura a un impulso de emisión

$$\Delta T_g(t) = (cs / \rho_{CO_2i}) (\bar{\sigma}_g / \bar{\sigma}_{CO_2}) \beta_g \bar{\tau}_g \int_{-\infty}^t \varepsilon_g(t') \Psi_g(t-t') dt' \quad (29)$$

$$\Psi_g(t) = \prod_{s=1}^S l_s \prod_{r=1}^R f_{gr} \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} (e^{-t/\tau_{gr}} - e^{-t/\tau_{cs}}) \quad (31)$$

Función de respuesta de la tasa de variación de la temperatura a un impulso de emisión

$$\frac{\delta \Delta T_g(t)}{\delta t} = (cs / \rho_{CO_2i}) (\bar{\sigma}_g / \bar{\sigma}_{CO_2}) \beta_g (1 / \bar{\tau}_c) \int_{-\infty}^t \varepsilon_g(t') \Lambda_g(t-t') dt' \quad (39)$$

$$\Lambda_g(t) = \prod_{s=1}^S l_s \prod_{r=1}^R f_{gr} \frac{\tau_{gr} \bar{\tau}_c}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} \left[ (1/\tau_{cs}) e^{-t/\tau_{cs}} - (1/\tau_{gr}) e^{-t/\tau_{gr}} \right] \quad (40)$$

Función de respuesta del aumento del nivel medio del mar a un impulso de emisión

$$\Delta msl_g(t) = MSL K_g \int_{-\infty}^t \varepsilon(t') \Omega_g(t-t') dt' \quad (50)$$

$$\Omega_g(t) = \prod_{s=1}^S l_s \prod_{r=1}^R f_{gr} \prod_{m=1}^M h_m \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} \left[ \frac{\tau_{gr}}{(\tau_{gr} - \tau_m)} (e^{-t/\tau_{gr}} - e^{-t/\tau_m}) - \frac{\tau_{cs}}{(\tau_{cs} - \tau_m)} (e^{-t/\tau_{cs}} - e^{-t/\tau_m}) \right] \quad (51)$$

### Funciones de respuesta a valores constantes

Función de respuesta de la concentración adicional a emisiones constantes

$$\Delta\rho_g(t) = \beta_g \bar{\tau}_g \bar{\varepsilon}_g \bar{\Phi}_g(t) \quad (19)$$

$$\bar{\Phi}_g(t) = \sum_{r=1}^R f_{gr} (\tau_{gr} / \bar{\tau}_g) (1 - e^{-t/\tau_{gr}}) \quad (20)$$

Función de respuesta del aumento de la temperatura a la concentración adicional constante

$$\Delta T_g(t) = (cs / \rho_{CO_2i}) (\bar{\sigma}_g / \bar{\sigma}_{CO_2}) \Delta \bar{\rho}_g \bar{\Theta}(t) \quad (25)$$

$$\bar{\Theta}(t) = \sum_{s=1}^S l_s (1 - e^{-t/\tau_{cs}}) \quad (26)$$

Función de respuesta del aumento de la temperatura a emisiones constantes

$$\Delta T_g(t) = (cs / \rho_{CO_2i}) (\bar{\sigma}_g / \bar{\sigma}_{CO_2}) \beta_g \bar{\tau}_g \bar{\varepsilon}_g \bar{\Psi}_g(t) \quad (34)$$

$$\bar{\Psi}_g(t) = \sum_{s=1}^S l_s \sum_{r=1}^R f_{gr} \left[ 1 - \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} (\tau_{gr} e^{-t/\tau_{gr}} - \tau_{cs} e^{-t/\tau_{cs}}) \right] \quad (35)$$

Función de respuesta de la tasa de variación de la temperatura a emisiones constantes

$$\frac{\delta \Delta T_g(t)}{\delta t} = (cs / \rho_{CO_2i}) (\bar{\sigma}_g / \bar{\sigma}_{CO_2}) \beta_g \bar{\tau}_g \bar{\varepsilon}_g \bar{\Lambda}_g(t) \quad (44)$$

$$\bar{\Lambda}_g(t) = \sum_{s=1}^S l_s \sum_{r=1}^R f_{gr} \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} (e^{-t/\tau_{gr}} - e^{-t/\tau_{cs}}) \quad (45)$$

Función de respuesta del aumento del nivel medio del mar a emisiones constantes

$$\Delta msl_g(t) = MSL K_g \bar{\varepsilon}_g \bar{\Omega}_g(t) \quad (58)$$

$$\Delta msl_g(t) = MSL K_g \bar{\varepsilon}_g \sum_{s=1}^S l_s \sum_{r=1}^R f_{gr} h_m \left[ 1 - \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g) \tau_{gr}^2}{(\tau_{gr} - \tau_m) (\tau_{gr} - \tau_{cs})} e^{-t/\tau_{gr}} + \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g) \tau_{cs}^2}{(\tau_{cs} - \tau_m) (\tau_{gr} - \tau_{cs})} e^{-t/\tau_{cs}} - \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g) \tau_m^2}{(\tau_{gr} - \tau_m) (\tau_{cs} - \tau_m)} e^{-t/\tau_m} \right] \quad (59)$$

## Potenciales de calentamiento global

Potencial de calentamiento global

$$\Delta T(t) = K_{CO_2} \int_{-\infty}^t \left[ \varepsilon_{CO_2}(t') + \sum_g \varepsilon_g(t') \Gamma_g(t-t') \right] \Psi_{CO_2}(t-t') dt' \quad (65)$$

$$\Gamma_g(t) = (\bar{\sigma}_g / \bar{\sigma}_{CO_2}) (\beta_g / \beta_{CO_2}) \gamma_g(t) \quad (67)$$

$$\gamma_g(t) = \frac{\sum_{s=1}^S l_s \sum_{r=1}^R f_{gr} \frac{\tau_{gr}}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} (e^{-t/\tau_{gr}} - e^{-t/\tau_{cs}})}{\sum_{s=1}^S l_s \sum_{r=1}^R f_{CO_2r} \frac{\tau_{CO_2r}}{(\tau_{CO_2r} - \tau_{cs})} (e^{-t/\tau_{CO_2r}} - e^{-t/\tau_{cs}})} \quad (68)$$

Potencial de calentamiento global comprometido

$$\Delta T(t) = K_{CO_2} [\bar{\varepsilon}_{CO_2} + \bar{\varepsilon}_g \bar{\Gamma}_g(t)] \bar{\Psi}_{CO_2}(t) \quad (70)$$

$$\bar{\Gamma}_g(t) = (\bar{\sigma}_g / \bar{\sigma}_{CO_2}) (\beta_g / \beta_{CO_2}) (\bar{\tau}_g / \bar{\tau}_{CO_2}) \bar{\gamma}_g(t) \quad (72)$$

$$\bar{\gamma}_g(t) = \frac{\prod_{s=1}^S l_s \prod_{r=1}^R f_{gr} \left[ 1 - \frac{(\tau_{gr} / \bar{\tau}_g)}{(\tau_{gr} - \tau_{cs})} (\tau_{gr} e^{-t/\tau_{gr}} - \tau_{cs} e^{-t/\tau_{cs}}) \right]}{\prod_{s=1}^S l_s \prod_{r=1}^R f_{CO_2r} \left[ 1 - \frac{(\tau_{CO_2r} / \bar{\tau}_{CO_2})}{(\tau_{CO_2r} - \tau_{cs})} (\tau_{CO_2r} e^{-t/\tau_{CO_2r}} - \tau_{cs} e^{-t/\tau_{cs}}) \right]} \quad (73)$$

GWP del IPCC

$$GWP_g(t) = \frac{\prod_{r=1}^R \sigma_g f_{gr} \tau_{gr} (1 - e^{-t/\tau_{gr}})}{\prod_{r=1}^R \sigma_{CO_2} f_{CO_2r} \tau_{CO_2r} (1 - e^{-t/\tau_{CO_2r}})} \quad (76)$$

GWP del modelo para “formuladores de políticas”

$$GWP_g(t) = \frac{\sigma_g \beta_g}{\sigma_{CO_2} \beta_{CO_2}} \frac{\prod_{r=1}^R f_{gr} \tau_{gr} (1 - e^{-t/\tau_{gr}})}{\prod_{r=1}^R f_{CO_2r} \tau_{CO_2r} (1 - e^{-t/\tau_{CO_2r}})}$$

### Respuesta a las emisiones en varios períodos

Respuestas de la concentración adicional a las emisiones en varios períodos

$$\Delta \rho_{gr}(t) = \sum_{i=0}^n \Delta \rho_{gr}(t_{i-1}, t_i) \Phi_{gr}(t - t_i) + \Delta \rho_{gr}(t_n, t) \quad (85)$$

$$\Delta \rho_{gr}(t) = \left[ \sum_{i=0}^n \Delta \rho_{gr}(t_{i-1}, t_i) \Phi_{gr}(t_n - t_i) \right] \Phi_{gr}(t - t_n) + \Delta \rho_{gr}(t_n, t) \quad (86)$$

$$\Delta \rho_g(t) = \Delta \rho_g(t_n) \prod_{r=1}^R f'_{gr} \Phi_{gr}(t - t_n) + \Delta \rho_g(t_n, t) \quad (87)$$

$$f'_{gr} = f_{gr} \frac{\sum_{i=0}^n \Delta \rho_{gr}(t_{i-1}, t_i) \Phi_{gr}(t_n - t_i)}{\Delta \rho_g(t_n)} \quad (88)$$

Respuesta del aumento de la temperatura a las emisiones en varios períodos

$$\begin{aligned} \Delta T_{grs}(t) &= (\tau_{cs} / \bar{\tau}_c) \sum_{i=0}^n \Delta T_{grs}(t_{i-1}, t_i) \Theta_s(t - t_i) + \\ &+ \frac{K_g}{\beta_g} \sum_{i=0}^n \Delta \rho_{gr}(t_{i-1}, t_i) \Psi_{grs}(t - t_i) + \\ &+ \Delta T_{grs}(t_n, t) \end{aligned} \quad (92)$$

$$\begin{aligned}
\Delta T_{grs}(t) &= (\tau_{cs} / \bar{\tau}_c) \left[ \sum_{i=0}^n \left( (\tau_{cs} / \bar{\tau}_c) \Delta T_{grs}(t_{i-1}, t_i) \Theta_s(t_n - t_i) + \frac{K_g}{\beta_g} \Delta \rho_{gr}(t_{i-1}, t_i) \Psi_{grs}(t_n - t_i) \right) \right] \Theta_s(t - t_n) + \\
&+ \frac{K_g}{\beta_g} \left[ \sum_{i=0}^n \Delta \rho_{gr}(t_{i-1}, t_i) \Phi_{gr}(t_n - t_i) \right] \Psi_{grs}(t - t_n) + \\
&+ \Delta T_{grs}(t_n, t)
\end{aligned} \tag{93}$$

$$\begin{aligned}
\Delta T_g(t) &= \Delta T_g(t_n) \sum_{s=1}^S l'_s \Theta_s(t - t_n) + \\
&+ \frac{K_g}{\beta_g} \Delta \rho_g(t_n) \sum_{s=1}^S l'_s \sum_{r=1}^R f'_{gr} \Psi_{grs}(t - t_n) + \\
&+ \Delta T_g(t_n, t) \\
l'_s &= l_s \frac{(\tau_{cs} / \bar{\tau}_c) \sum_{r=1}^R f_{gr} \sum_{i=0}^n \left[ (\tau_{cs} / \bar{\tau}_c) \Delta T_{grs}(t_{i-1}, t_i) \Theta_s(t_n - t_i) + \frac{K_g}{\beta_g} \Delta \rho_{gr}(t_{i-1}, t_i) \Psi_{grs}(t_n - t_i) \right]}{\Delta T_g(t_n)}
\end{aligned} \tag{94}$$

Respuesta de la concentración adicional a las emisiones a lo largo de un período y posteriormente

$$\Delta \rho_{gr}(t) = \Delta \rho_{gr}(t_a, t_b) \Phi_{gr}(t - t_b) + \Delta \rho_{gr}(t_b, t) \tag{96}$$

$$\Delta \rho_g(t) = \Delta \rho_g(t_b) \sum_{r=1}^R f'_{gr} \Phi_{gr}(t - t_b) + \Delta \rho_g(t_b, t) \tag{97}$$

$$f'_{gr} = f_{gr} \frac{\Delta \rho_{gr}(t_a, t_b)}{\Delta \rho_g(t_b)} \tag{98}$$

Respuesta del aumento de la temperatura a las emisiones a lo largo de un período y posteriormente

$$\Delta T_{grs}(t) = (\tau_{cs} / \bar{\tau}_c) \Delta T_{grs}(t_a, t_b) \Theta_s(t - t_b) + \frac{K_g}{\beta_g} \Delta \rho_{grs}(t_a, t_b) \Psi_{grs}(t - t_b) + \Delta T_g(t_b, t) \tag{99}$$

$$\begin{aligned}
\Delta T_g(t) &= \Delta T_g(t_b) \sum_{s=1}^S l'_s \Theta_s(t - t_b) + \\
&+ \frac{K_g}{\beta_g} \Delta \rho_g(t_b) \sum_{s=1}^S l'_s \sum_{r=1}^R f'_{gr} \Psi_{grs}(t - t_b) + \\
&+ \Delta T_g(t_b, t)
\end{aligned} \tag{100}$$

$$l'_s = l_s \frac{(\tau_{cs} / \bar{\tau}_c) \sum_{r=1}^R f_{gr} \Delta T_{grs}(t_a, t_b)}{\Delta T_g(t_b)} \tag{101}$$

## 8. Ejemplo de la aplicación a los datos

La dimensionalidad de las constantes y funciones en esta nota son las siguientes:

$$[\Delta\rho] = [g]$$

$$[\beta] = 1$$

$$[\varepsilon] = [\bar{\varepsilon}] = [g][s]^{-1}$$

$$[\varepsilon_0] = [g]$$

$$[cs] = [K]$$

$$[\Delta T] = [K]$$

$$[\delta \Delta T / \delta t] = [K][s]^{-1}$$

$$[msl] = [cm]$$

$$[MSL] = [cm][K]^{-1}$$

$$[\Delta\rho] = [\Delta\bar{\rho}] = [g]$$

$$[\Delta\rho_0] = [g][s]$$

$$[\tau] = [t] = [s]$$

$$[K] = [K][s][g]^{-1}$$

$$[\Phi] = [\bar{\Phi}] = [\Theta] = [\bar{\Theta}] = [\Lambda] = [\bar{\Psi}] = [\bar{\Omega}] = 1$$

$$[\Psi] = [\Omega] = [\bar{\Lambda}] = [s]^{-1}$$

$$[\Gamma] = [\gamma] = 1$$

El modelo adoptado para la respuesta de la temperatura a una duplicación de la concentración de dióxido de carbono es:

$$\Delta T = 3.06 \left[ 1 - .634 e^{-t/20y} - .366 e^{-t/990y} \right]$$

para una concentración inicial de dióxido de carbono:

$$\rho_{CO_2i} = 354.17 \text{ ppmv}$$

la respuesta al impulso de la concentración adicional de dióxido de carbono se extrae del modelo de Berna (Joos):

$$\Delta\rho_{CO_2}(t) = .131 + .216 e^{-t/330y} + .261 e^{-t/80y} + .294 e^{-t/20y} + .098 e^{-t/1.6y}$$

Se adopta, arbitrariamente, que la fracción residual cae con una constante exponencial de tiempo de 300.000 años, que es más larga que la constante más lenta del tiempo de la disminución del gas de efecto invernadero, 50.000 años para el perfluorometano.

Las constantes exponenciales puntuales del tiempo de la disminución para todos los otros gases de efecto invernadero se extraen del Segundo Informe de Evaluación del IPCC.

Los valores de  $(\bar{\sigma}_g / \bar{\sigma}_{CO_2})$  se extraen del Segundo Informe de Evaluación del IPCC de 1995, en unidades de  $W/m^2$  por ppmv, adoptando que:

$$\bar{\sigma}_g / \bar{\sigma}_{CO_2} = \sigma_g / \sigma_{CO_2}$$

o sea, los valores, relativos al dióxido de carbono, de las constantes *sigma* son los mismos para los valores medios y de columna.

La equivalencia entre las unidades de masa y la fracción de volumen se adopta como 0,4636 ppmv/GtC para el dióxido de carbono; para los otros gases, ese valor es ajustado por la masa molecular adecuada.

Las unidades físicas de las variables son las siguientes:

- tiempo en años (a);
- emisiones en gigatoneladas o petagramos de carbono por año (GtC/a o PgC/a) para el dióxido de carbono; en teragramos de nitrógeno (TgN/a) para el óxido nítrico; y en teragramos del gas (Tg<sub>g</sub>/a) para todos los otros gases de efecto invernadero;
- impulso de emisión en GtC para el dióxido de carbono; en TgN para el óxido nítrico; y en Tg<sub>g</sub> para todos los otros gases de efecto invernadero;
- concentración atmosférica en partes por millón en volumen para el dióxido de carbono; y en partes por billón en volumen para todos los otros gases de efecto invernadero;
- impulso de concentración atmosférica en ppmv.a para el dióxido de carbono; y en ppbv.a para todos los otros gases de efecto invernadero;
- temperatura en grados Celsius (°C);
- tasa de variación de la temperatura en grados Celsius por año (°C/a);
- aumento del nivel medio del mar en centímetros (cm).

Los valores de las constantes en las fórmulas que definen la función de respuesta, como también las constantes de conversión de unidad aparecen en la Tabla I, para los 24 gases de efecto invernadero incluidos en el Segundo Informe de Evaluación del IPCC.

## Referencias

Joos, F.; Bruno, M.; Fink R.; Siegenthaler U.; Stocker T.F.; Le Quéré, C.; and Sarmiento, J.L. An efficient and accurate representation of complex oceanic and biospheric models of anthropogenic carbon uptake. *Tellus* **48B**, 397-147

Houghton J.T.; Meira Filho, L.G.; Callander B.A.; Harris N.; Kattenberg A.; and Maskel K.– editors. *Climate Change 1995 – The Science of Climate Change - Second Assessment Report*. WGI - Intergovernmental Panel on Climate Change – IPCC. Cambridge University Press.